Introducción a la informática.

Ingeniería en sistemas y computación 1

# Ejercicios de inducción

Autor 1: Juan Esteban Velásquez

*Ingeniería en sistemas y computación. Universidad tecnológica de Pereira.*

*Agosto 27 2019*

Juanesteban.velasquez@hotmail.com

**En matemáticas, la inducción es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable**

**{\displaystyle n\,} n\, que toma una infinidad de valores enteros. En términos simples, la inducción matemática consiste en el siguiente razonamiento:**

**Dado un número entero {\displaystyle a\,} a\, que tiene la propiedad {\displaystyle P\,} P\,, y el hecho de que si hasta cualquier número entero {\displaystyle n\,} n\, con la propiedad {\displaystyle P\,} P\, implique que {\displaystyle n+1\,} {\displaystyle n+1\,} también la tiene, entonces, todos los números enteros a partir de {\displaystyle a\,} a\, tienen la propiedad {\displaystyle P\,} P\,.**

**La demostración está basada en el axioma denominado principio de la inducción matemática.**

**Informática, inducción, lógica, matemática.**

**Mathematical induction is a mathematical proof technique. It is essentially used to prove that a property P(n) holds for every natural number n, i.e. for n = 0, 1, 2, 3, and so on. Metaphors can be informally used to understand the concept of mathematical induction, such as the metaphor of falling dominoes or climbing a ladder:**

**Mathematical induction proves that we can climb as high as we like on a ladder, by proving that we can climb onto the bottom rung (the basis) and that from each rung we can climb up to the next one (the step).**

1. INTRODUCCIÓN

Sea P una propiedad definida en los números naturales ( enteros positivos ) . Si 1 satisface esa propiedad y además si a partir de cualquier natural n que satisface esa propiedad se llega a que n + 1 , también la satisface, entonces cada número natural la satisface.

1. CONTENIDO

Conjuntos Inductivos.

Intuitivamente se obtienen los enteros positivos, tomando como punto de partida un primero designado por "1" y formando 1 + 1 (llamado "2"), 2 + 1 (llamado "3"), y así sucesivamente.

En virtud de que no se puede depender del significado un poco oscuro de "y así sucesivamente" y de que se debe tener una base para proporcionar teoremas relativos a los enteros positivos, se da una definición del conjunto de los enteros positivos, basada en el concepto de conjunto inductivo.

Método de inducción matemática conlleva una posibilidad de pruebas de ciertas proposiciones cuyas variables recorren el conjunto N de todos los números naturales. Las pruebas toman como pivote demostrativo el principio de inducción completa. Razonamiento que permite demostrar una infinidad de proposiciones, o una proposición que depende de una variable en que toma una infinidad de valores enteros no

negativos

Este principio sirve para demostrar propiedades que se cumplen para un conjunto numerable de objetos (Un conjunto A es numerable si existe una biyección de A en el conjunto de los números naturales). Generalmente se usa la notación A(n), B(n), C(n), P (n), … para denotar estas propiedades.

El principio de inducción completa, en que se basa el método del mismo nombre, consiste en:

1ro. Probar que la propiedad se satisface para un primer número natural (P (a) es verdadera para a perteneciente a N). 2do. Probar que siempre que un número natural cualquiera satisfaga la propiedad, su sucesor también la satisface.(De P (k) se deduce P (k+1)).

Problemas sobre inducción

Demostrar lo siguiente:

3+7+11+…(4n-1) = n(2n+1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n | (4n-1) | n(2n+1) | SUMA |
| 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 7 | 10 | 10 |
| 3 | 11 | 21 | 21 |
| 4 | 15 | 36 | 36 |
| 5 | 19 | 55 | 55 |

Prueba por inducción:

1. Probar para n=1

(4n-1) = n(2n+1)

3 = 3

//donde se comprueba a qué equivale en la serie cuando n=1.

1. Hipótesis inductiva, es verdad para n=k.

k (2k+1)

3+73+11…+(4k-1) =

1. Probar que se cumple para n=k+1

3+7+11….+(4k-1)+(4(k+1)-1)= (k+1)(2(k+1)+1)

k (2k+1)

+(4(k+1)-1)=(k+1)(2(k+1)+1)

2k^2+5k+3=(k+1) (2k+3)

2k^2+5k+3=2k^2+3k+2k+3

2k^2+5k+3=2k^2+5k+3

//partiendo el hecho de que la primera hipótesis es cierta y usando algebra básica, se demuestra la tercera hipótesis.

Problema No 2

Probar por inducción: 3+5+7…+(2n+1)=n(n+2)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n | (2n+1) | n(n+2) | SUMA |
| 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 8 | 8 |
| 3 | 7 | 15 | 15 |
| 4 | 9 | 24 | 24 |
| 5 | 11 | 35 | 35 |

Prueba por inducción:

1. Probar n=1

(2n+1) =n(n+2)

3 = 3

1. Hipótesis inductiva, es verdad para n=k.

3+5+7…+(2k+1)=k(k+2)

1. Probar que se cumple para n=k+1

3+5+7…(2k+1)+(2(k+1)+1)=(k+1)((k+1)+1)

k(k+2)+(2(k+1)+1)= (k+1)((k+1)+1)

k^2+2k+4=k^2+2k+4

III. CONCLUSIONES

Las conclusiones son obligatorias y deben ser claras. Deben expresar el balance final de la investigación o la aplicación del conocimiento.

RECOMENDACIONES

Esta sección sigue el formato regular del resto del documento. La única observación es notar que el título no está numerado. En esta sección se agregan agradecimientos a personas que colaboraron en el proyecto pero que no figuran como autores del paper.

## REFERENCIAS

2

[1]. J. F. Fuller, E. F. Fuchs, and K. J. Roesler, "Influence of harmonics on power distribution system protection," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 3, pp. 549-557, Apr. 1988.